Задача 1.8.1. «Часы» (10 баллов). На часах в некоторый момент времени угол между часовой и минутной стрелками составил $\alpha = 60°$. Определите, через сколько минут угол между стрелками в следующий раз может снова оказаться равным α?
Положение стрелок на рисунке – условное.

Решение (В. Яворский). Минутная стрелка за час (60 минут) повернётся на угол 360°, а за минуту – на 360°/60 мин = 6°. Часовая стрелка за 12 часов совершит полный оборот, т.е. повернётся на угол 360°, а за час на 360°/12 ч = 30°. За минуту она повернётся на 0,5°.
Таким образом, минутная стрелка поворачивается в **12 раз** быстрее, чем часовая.

Заметим, что в условии не сказано, какая из стрелок изначально находится «впереди». Следовательно, возможны два варианта решения, когда А) часовая стрелка опережает минутную и Б) минутная стрелка опережает часовую. Рассмотрим эти варианты.

А) Часовая стрелка опережает минутную на угол $\alpha = 60°$. Пусть часовая стрелка повернулась на угол β. Тогда минутная стрелка повернётся на угол $\varphi = \alpha + \beta + \alpha$.

$$2\alpha + \beta = 12\beta.$$

$$\beta = 2\alpha/11 = 2\cdot 60°/11 \approx 11°.$$

В результате получим $\varphi \approx 2\cdot 60° + 11° = 131°$. На это минутной стрелке потребуется время $t_1 \approx 131°/(6°/\text{мин}) \approx 22$ мин.

Б) Минутная стрелка опережает часовую на угол $\alpha = 60°$. Пусть часовая стрелка повернулась на угол β. Тогда минутная стрелка повернулась на угол $\varphi = 360° - 2\alpha + \beta$.

$$360° - 2\cdot 60° + \beta = 12\beta.$$

$$\beta = 240°/11 \approx 22°.$$

Итак, минутная стрелка повернулась на угол $360° - 120° + 22° \approx 262°$ за время $t_2 \approx 262°/(6°/\text{мин}) \approx 44$ мин.

№	Задача 1.8.1. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Показано, что минутная стрелка поворачивается в **12 раз** быстрее, чем часовая	2
2	А) Учтено, что минутная стрелка повернётся на угол $\varphi = \alpha + \beta + \alpha$	3
	Найдено время $t_1 \approx 131°/(6°/\text{мин}) \approx 22$ мин.	1
3	Б) Учтено, что минутная стрелка повернётся на угол $\varphi = 360° - 2\alpha + \beta$	3
4	Найдено время $t_2 \approx 262°/(6°/\text{мин}) \approx 44$ мин.	1